I) Rappels sur les configurations du plan

COURS pages 248 et 249 du manuel

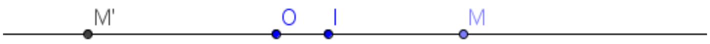
Exercice 2 page 268 (utiliser la rotation de centre C et d'angle 60°)

Exercices 3, 4, 5 et 11 page 269

II) Repères du plan

1) Se repérer sur une droite

Soit (d) une droite et O, I deux points distincts de cette droite.
Pour repérer un point M sur cette droite, il faut donner la distance OM et préciser de quel côté de O on place le point M.



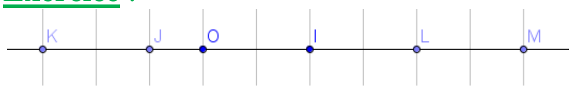
Pour cela, on associe à tout point M de la droite le nombre réel x défini comme :

$x=\dfrac{OM}{OI}$ si $M\in[OI)$ et $x=-\dfrac{OM}{OI}$ si $M\notin[OI)$.

La donnée du réel x est une condition nécessaire et suffisante pour placer le point M.

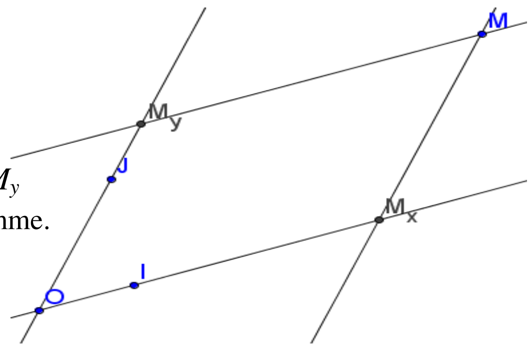
> Définition:
> Le couple (O,I) est appelé repère d'origine O de la droite (d).
> Le réel x, associé au point M, est appelé abscisse du point M dans le repère (O,I).

Exercice :



a) Déterminer l'abscisse du point M dans le repère (O,I) .
b) Déterminer l'abscisse du point M dans le repère (O,J) .
c) Déterminer l'abscisse du point M dans le repère (O,K) .
d) Déterminer l'abscisse du point M dans le repère (O,L) .

2) Se repérer dans un plan

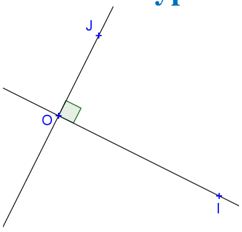


Soit (P) un plan et O, I, J trois points non alignés de ce plan.
Pour tout point M du plan, il existe deux uniques points M_x et M_y tels que $M_x\in(OI)$, $M_y\in(OJ)$ et OM_xMM_y soit un parallèlogramme.
On note alors x l'abscisse du point M_x dans le repère (O,I) et y l'abscisse du point M_y dans le repère (O,J).

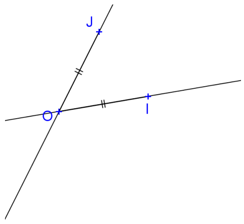
> Définition:
> Le triplet (O,I,J) est appelé repère d'origine O du plan (P).
> Les réels x et y, associés au point M, sont les coordonnées du point M dans le repère (O,I,J).
> Plus précisément, x est appelé abscisse et y ordonnée du point M

Exercices 13, 14, 15 page 270

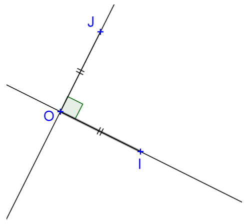
3) Différents types de repères



OIJ est rectangle
Repère orthogonal



OIJ est isocèle
Repère normé



OIJ est rectangle et isocèle
Repère orthonormé

Exercices 16, 20 et 23 page 270

III) Milieux et distances dans un repère

On munit le plan d'un repère (O, I, J) dans lequel les coordonnées d'un point M seront notées (x_M , y_M).

1) Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

Le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2};\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

A retenir : « Les coordonnées du **milieu** sont égales à la **moyenne** des coordonnées ».

Exercices 26, 28, 31 page 271

ALGO Exercice 30 page 271

Exercices 33, 34, 35 page 272

Exercice 82 p 276

2) Distance entre deux points dans un repère orthonormé

Propriété :

Si le repère est en plus orthonormé, alors

la distance AB est égale à $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Exemple : Calculer AB avec $A(-2;-2)$ et $B(6;4)$

Exercices 41, 43, 44 page 273

ALGO Exercice 45 page 273

Exercices 47, 48, 50, 51 page 273

PROBLEMES : Exercices 53, 58, 59 page 274

ALGO (difficile) Exercice 62 page 275

3) Application à la caractérisation des parallélogrammes

<u>Rappels</u> :

Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu est un parallélogramme.
Un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont égaux est un losange.
Un parallélogramme dont les deux diagonales sont égales est un rectangle.

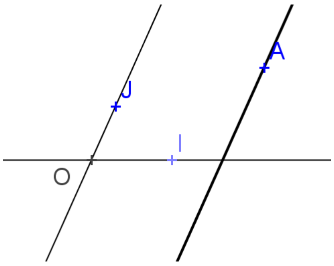
Exercices 52 page 273

IV) Droites dans un repère

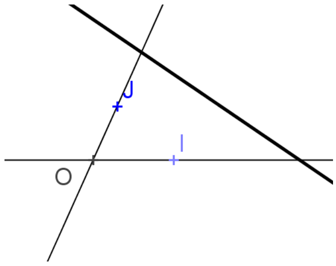
On munit le plan d'un repère (O, I, J) .

1) Deux types de droites

En géométrie analytique, on différentie les droites verticales et les droites obliques (ou horizontales).
En effet, seules le deuxième type de droites correspond à une fonction.



Les droites verticales
(parallèles à l'axe des ordonnées).



Les droites obliques (voire horizontales)
sont associées à des fonctions affines.

2) Equations de droites

Une droite est un ensemble de points du plan.
Comment savoir si un point du plan est sur la droite ou non ?
A l'aide de ses coordonnées.

Les coordonnées des points d'une droite verticale ont tous la même abscisse.
On peut donc écrire que le point $M(x, y)$ appartient à la droite verticale passant par le point $A(a,0)$ si et seulement si $x = a$.

Les droites obliques (et horizontales) correspondent à des graphes de fonctions affines, du type $f : x \to ax + b$. On peut donc écrire que le point $M(x, y)$ appartient à la droite si et seulement si $y = ax + b$.
On appelle "$x = a$" et "$y = ax + b$" les équations des droites.

<u>Propriété</u> :
On se donne trois réels a, b et c.
L'ensemble des points $M(x, y)$ du plan vérifiant $y = ax + b$ est une droite.
L'ensemble des points $M(x, y)$ du plan vérifiant $x = c$ est une droite.

3) Droites obliques et horizontales

Propriété :

Une droite oblique (ou horizontale) a une équation de la forme $y = ax + b$.

Le coefficient a est appelé coefficient directeur ou pente de la droite.

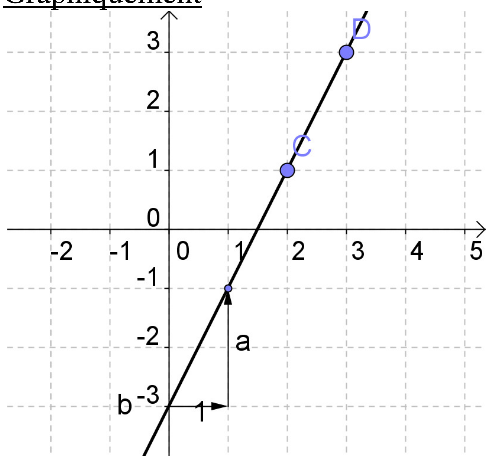
Si $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ appartiennent à la droite, on a $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Le coefficient b est appelé ordonnée à l'origine de la droite.

La droite passe par le point $B(0, b)$.

Exercice 63 p 275

Graphiquement



Exemple avec $f(x) = 2x - 3$

Les points $C(2,1)$ et $D(3,3)$ appartiennent à la droite.

La pente est égale à $a = \dfrac{3-1}{3-2} = \dfrac{2}{1}$.

Le point $B(0,-3)$ a pour ordonnée -3;

Application : Déterminer une équation de droite

Exercices 64, 65, 66 p 275

Exercices 70, 71, 72, 76 et 77 p 276

Application : Montrer que trois points sont alignés

Exercice 67 p 275

Exercice 79 p 276

4) Positions relatives de deux droites du plan

Deux droites verticales sont parallèles (ou confondues).
On va donc s'intéresser aux droites obliques.

Propriété :

Deux droites obliques d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = \alpha x + \beta$ sont parallèles si et seulement si $a = \alpha$.

Exercices 68 et 69 p 275

Quand deux droites obliques d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = \alpha x + \beta$ ne sont pas parallèles, elles sont sécantes et donc se coupent en un point.
Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection,
il suffit de résoudre le système : $\begin{cases} y = ax + b \\ y = \alpha x + \beta \end{cases}$.

5) Résolution d'un système d'équations

On considère le système
$$\begin{cases} ax + by = c \\ \alpha x + \beta y = \delta \end{cases}$$

On peut toujours se ramener à deux équations de droites.
Une solution (x,y) correspond donc à un point d'intersection des deux droites.

Si les deux droites ne sont pas parallèles, il y a exactement un point d'intersection et donc une unique solution du système.

Si au contraire, les deux droites sont parallèles, alors soit elles sont distinctes et il n'y a aucun point d'intersection et donc aucune solution, soit elles sont confondues, il y a une infinité de points d'intersection et tout couple de nombres est solution.

Exercice 85 p 277

BILAN : Exercices 94, 95, 99 ?, 100 ? et 102 p 27 ?